

Cotización de un excedente de siniestros Automóviles

Universidad Complutense - Madrid

26/03/2014 – Ariane Trivière

Quién soy...

Ariane Trivière

Actuary (UCL - Junio 2008)

Technical Adviser (hasta 2013) - Client Manager (2014 - ...)

QBE Re (Europe) - Secura branch

Mail: ariane.triviere@qbere.com

**Quiénes somos :
QBE RE (Europe) - SECURA Branch ?**





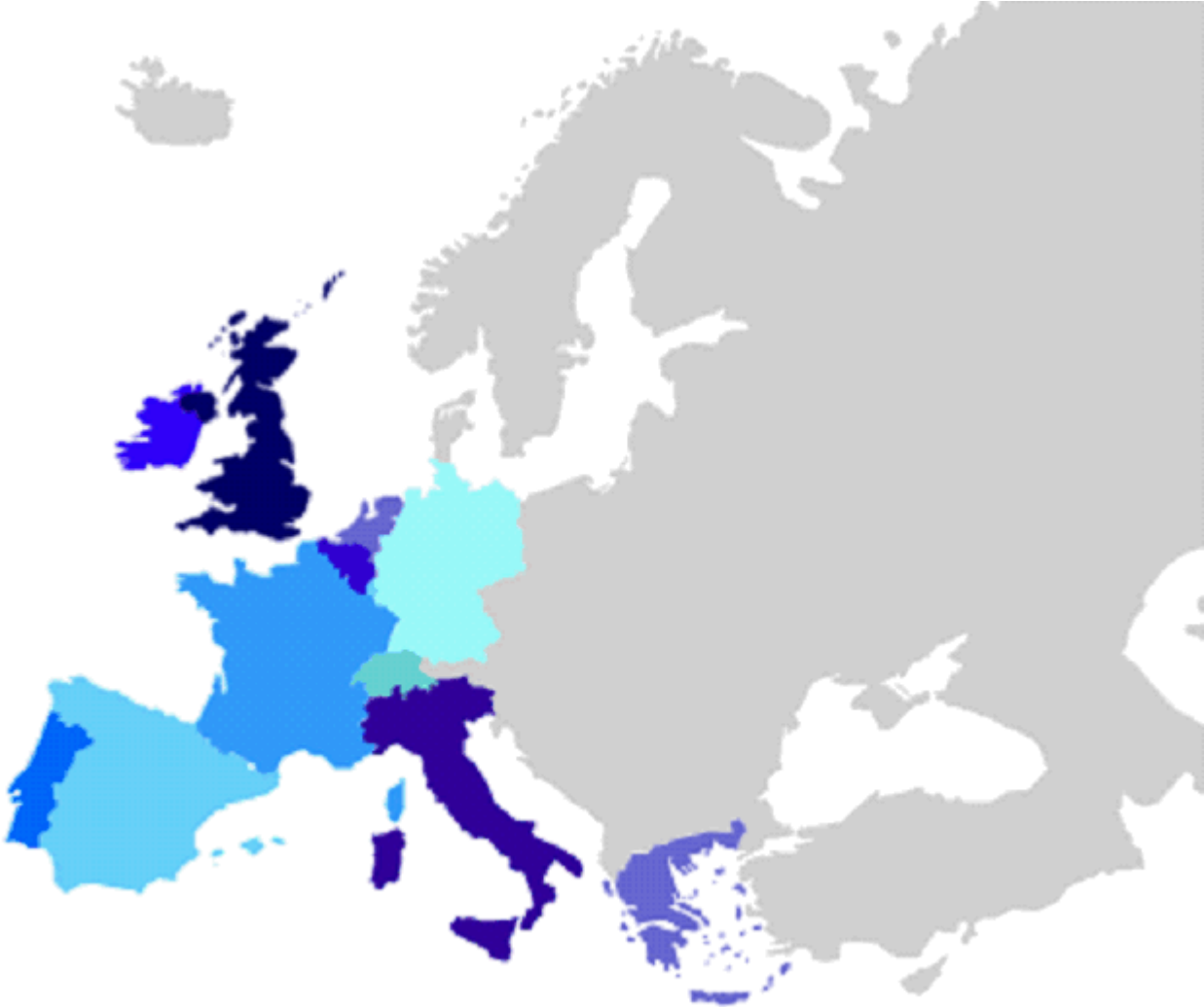
www.qbere.com

QBE Re (Europe) – Secura Branch



- Compañía profesional de reaseguro
 - Establecida en 1946
 - Localización: Bruselas
 - Reasegurador Europeo
 - Ramos Vida y No-Vida
- Accionista único : QBE (Compañía australiana)
- Prima 2013 (GWP): € 237.6m
- S&P rating : A+
- Equipo
 - 91 empleados (87 tiempo lleno)
 - quasi 20% de actuarios
 - 57% de universitarios

Mercados principales



- Introducción al Reaseguro
- Introducción al contrato XL
- Cotización de un contrato XL Automóviles
 - Definición
 - Burning cost
 - Modelo Matemático
 - Etapas de Tarificación
 - Análisis de la cartera reasegurada
 - Entorno económico
 - Selección de los siniestros
 - Extrapolación “IBNR” y “IBNER”
 - Estimación de los parámetros
 - Cálculo de la prima
 - Comparación de la prima pura en Europa

Introducción al reaseguro

Introducción al reaseguro - Contenido

- Introducción – Objetivos del reaseguro
- Tipos de contratos de reaseguro

Introducción al reaseguro - Contenido

- *Introducción – Objetivos del reaseguro*
- Tipos de contratos de reaseguro

Objetivos del reaseguro

Reaseguro es ...

“El seguro de las compañías de seguros”

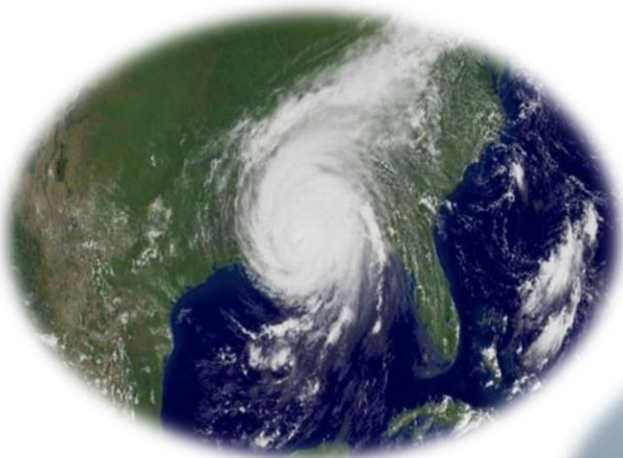


Objetivos del reaseguro

- Protección financiera
- Reducción de la volatilidad de los resultados
- Repartición de los riesgos
- Reducción de la margen de solvencia
- Ayuda técnica
- Financiación de nuevos negocios
- ...

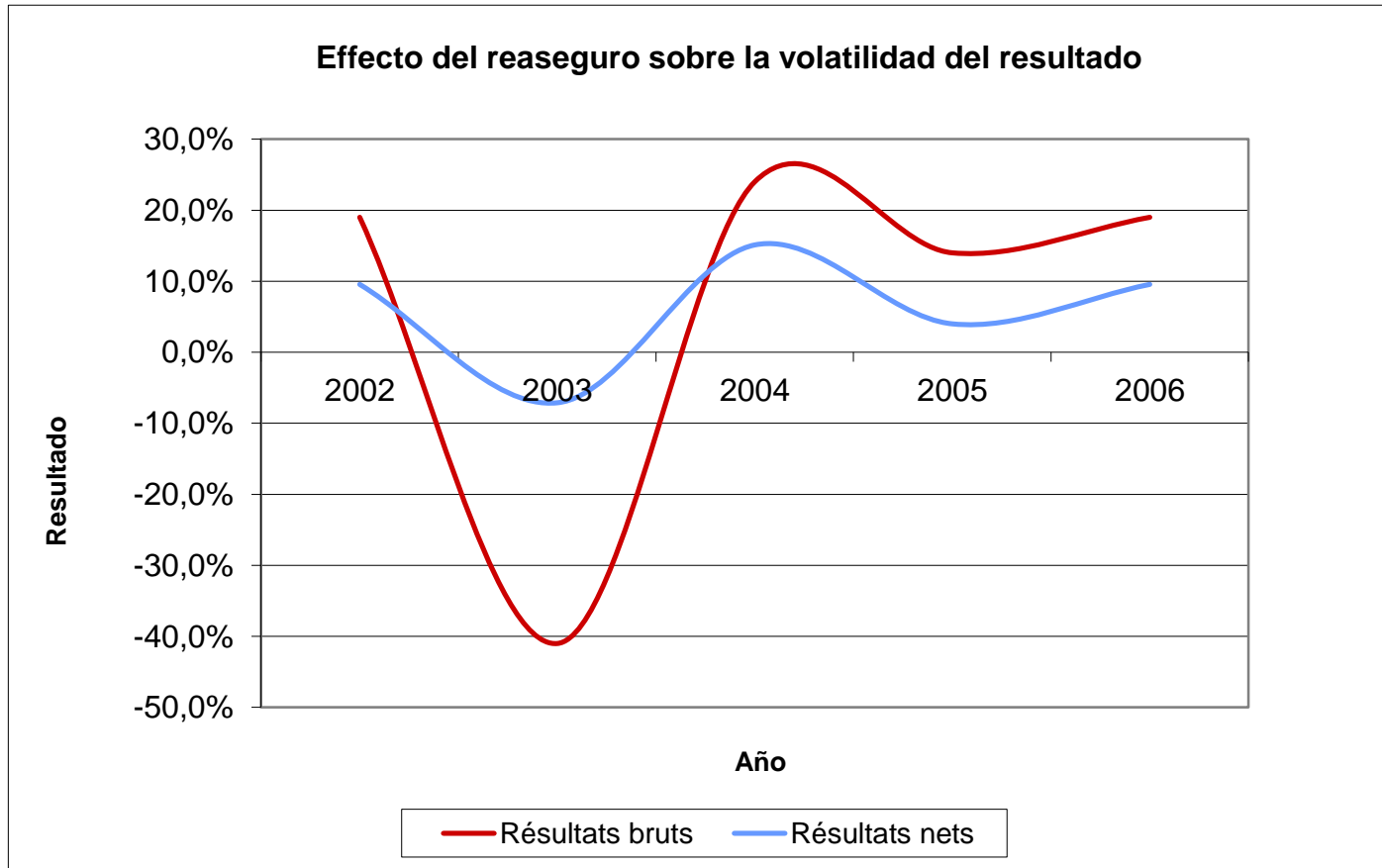
Objetivos del reaseguro

- Protección financiera
 - Siniestros Catastróficos (Terremoto, Tormenta, Inundación, ...)
 - Grandes siniestros individuales
 - Frecuencia anormal de siniestros comunes



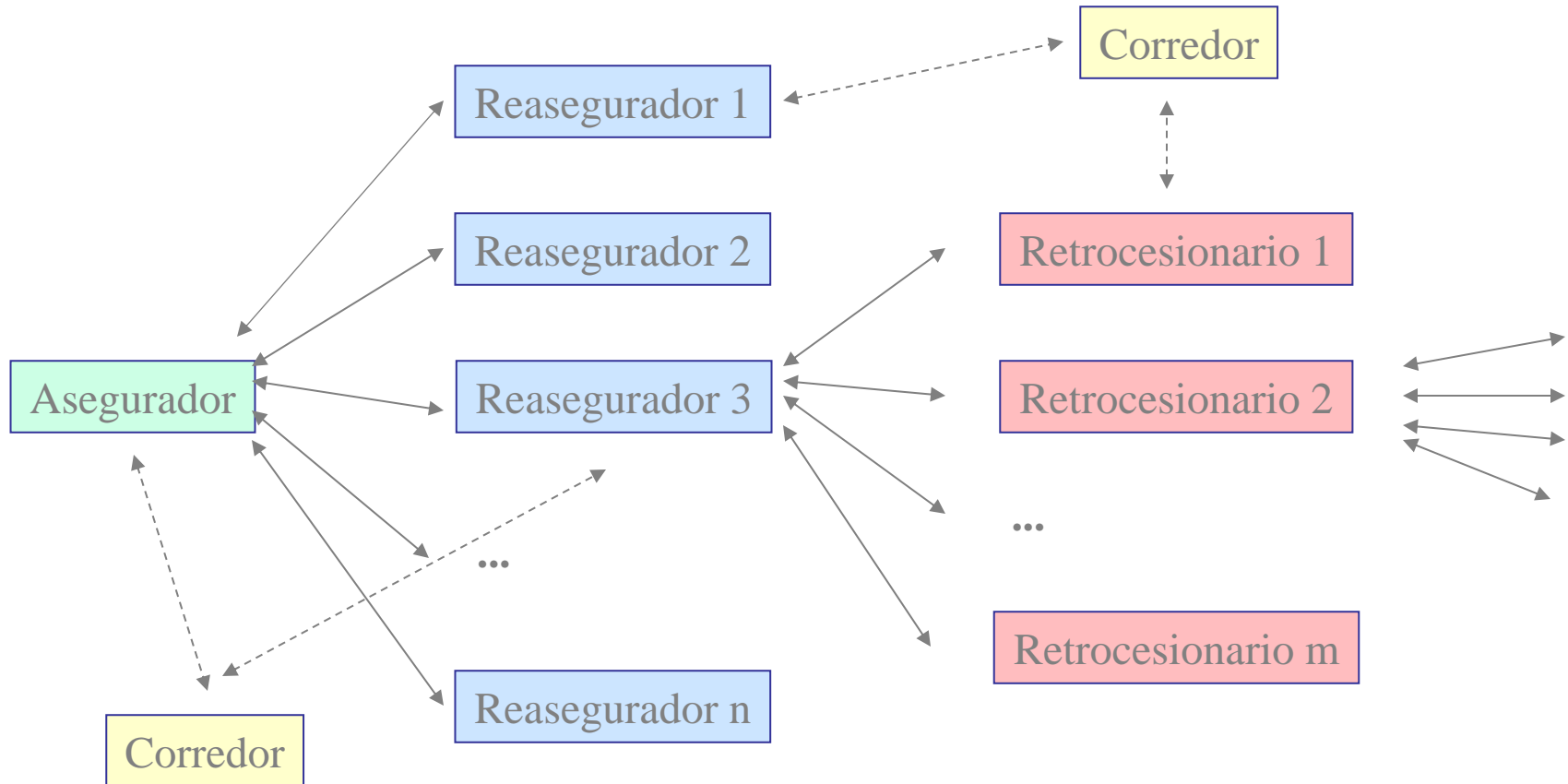
Objetivos del reaseguro

- Reducción de la volatilidad de los resultados



Objetivos del reaseguro

- Repartición de los riesgos



Objetivos del reaseguro

- Reducción de la margen de solvencia
 - La margen mínima de solvencia depende del reaseguro ...
 - ... hasta un punto determinado

Objetivos del reaseguro

- Ayuda técnica
 - Diseño de programas de reaseguro
 - Desarrollo de nuevos productos
 - Tarificación
 - Softwares (herramientas informáticas)
 - Aceptación médica
 - ...

Objetivos del reaseguro

- Financiación de nuevos negocios
 - Contratos pluri-anual
 - Grande comisión de reaseguro al principio
 - Pequeña comisión de reaseguro después

Introducción al reaseguro - Contenido

- Introducción – Objetivos del reaseguro
- ***Tipos de contratos de reaseguro***

Tipos de contratos de reaseguro

- Subdivisión legal

- Subdivisión técnica

Reaseguro	Cedente	Reasegurador
Facultativo	Facultativo	Facultativo
Tratado	Obligatorio	Obligatorio
Fac-ob	Facultativo	Obligatorio



En reaseguro proporcional , el asegurador cede **una parte del riesgo**. Así esta parte determinada de las primas y la misma parte de los siniestros han sido cedido al reasegurador.



En reaseguro no proporcional, la cedente y el reasegurador **convienen de la responsabilidad del reasegurador siniestro por siniestro** (o siniestros agregados por siniestros agregados).

La prima de reaseguro es independiente de la prima del seguro original.

Subdivisión técnica

- Reaseguro proporcional
 - Quota-parte (Quota-share - QS)
 - Excedente de pleno (Surplus - SP)

- Reaseguro no-proporcional
 - Excedente de siniestro (Excess of loss - XL)
 - Stop loss (SL)

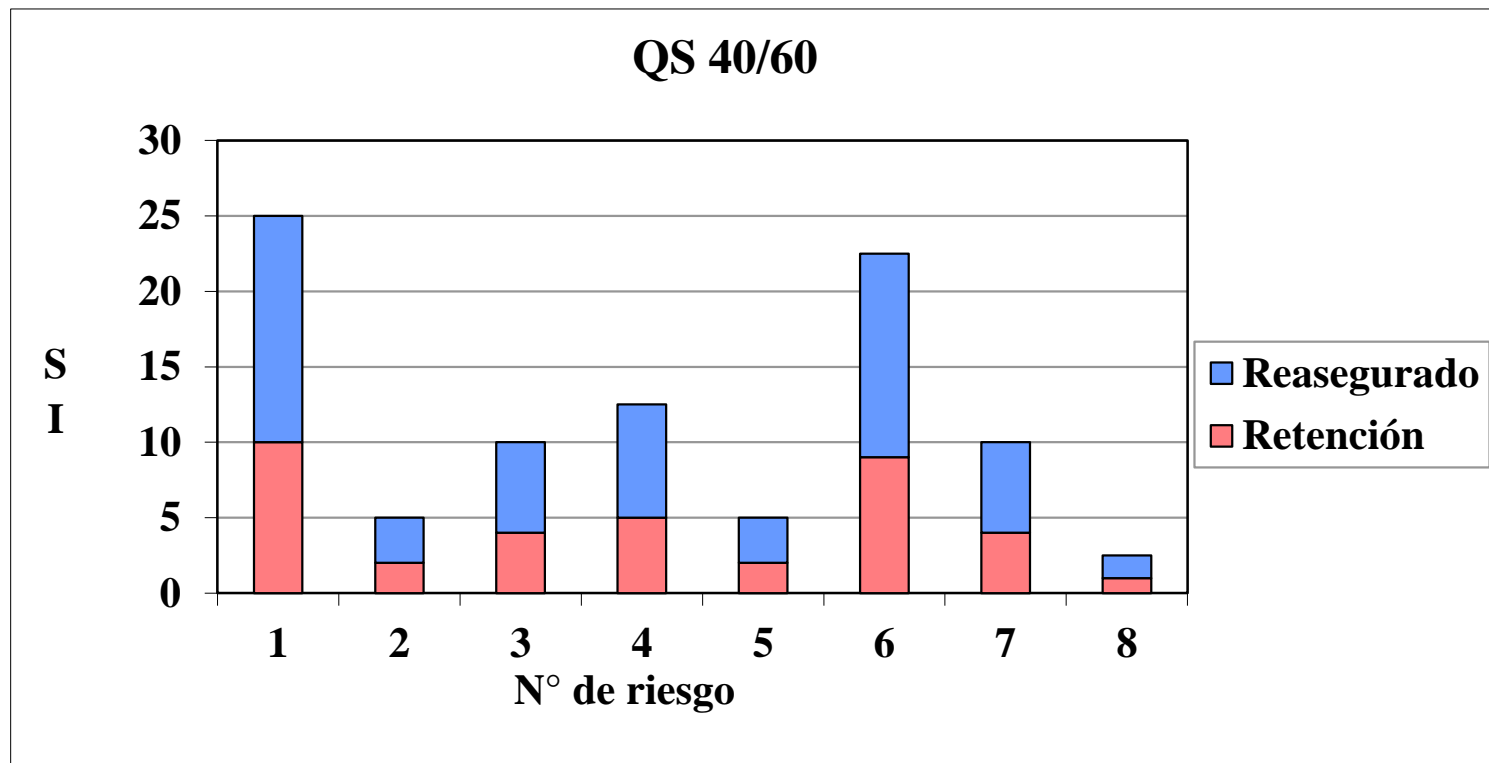
Reaseguro poporcional

- Una parte predeterminada de cada riesgo α_i es transferida al reasegurador.
- α_i de la prima es cedida
- Reasegurador paga α_i de cada siniestro si lo hay

- Tipo :
 - Quota-parte
 - Surplus

Quota-share

- Quota-parte : $\alpha_i = \alpha$ para cada riesgo i
- Ejemplo :



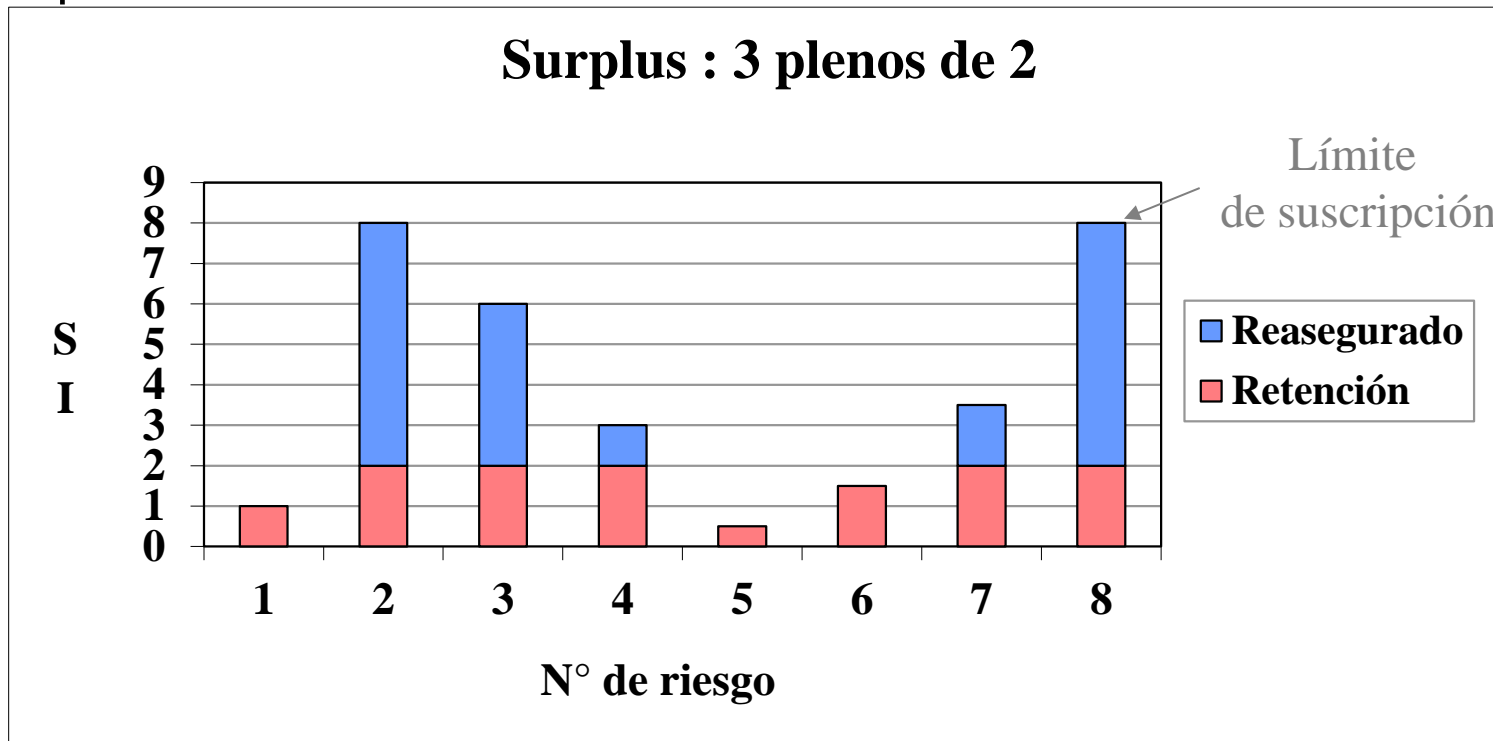
- Surplus :

- $\alpha_i \neq \alpha$ para cada riesgo i
- $R =$ pleno de retención (line)
- En caso de siniestro total :

$$\Rightarrow \alpha_i = \max(0, 1 - R/SI_i)$$

$$Netloss = (1 - \alpha_i)SI_i = \frac{R}{SI_i} \cdot SI_i = R$$

- Ejemplo :



Reaseguro no proporcional

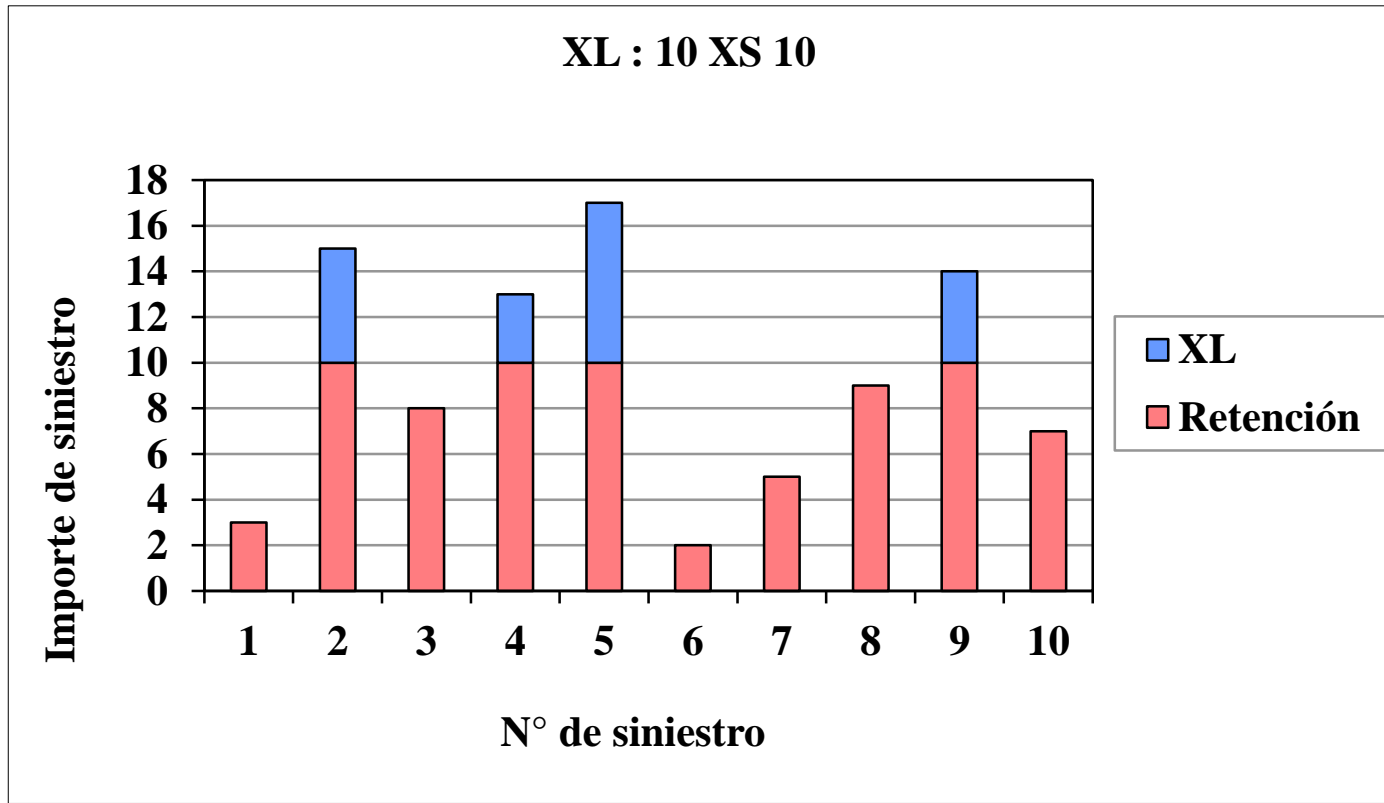
- La cedente y el reasegurador convienen de la responsabilidad del reasegurador siniestro por siniestro (o siniestro agregado por siniestro agregado). La prima de reaseguro es independiente de la prima del seguro original.
- Tipo :
 - Excedente de siniestros (Excess-of-loss)
 - Stop-loss

Excedente de siniestros

- Intervención del reasegurador para cada siniestro por encima de la prioridad (P)
- Intervención del reasegurador limitado a los siniestros más pequeños o igual al límite (L)

Excedente de siniestros

- Ejemplo :



Excedente de siniestros

- Prioridad = P
- Límite = L
- X = importe original de un siniestro

- $X_{[P,L]}$ = coste para el reasegurador
 - $X < P \Rightarrow X_{[P,L]} = 0$
 - $P < X < L \Rightarrow X_{[P,L]} = X - P$
 - $X > L \Rightarrow X_{[P,L]} = L - P$

- $X^{\text{neto}} = X - X_{[P,L]}$

Excedente de siniestros

- Por riesgo
- Por evento : todos los siniestros causados por el mismo evento están agrupados en un siniestro único

- Ventajas
 - Limitación de la exposición máxima por riesgo
 - Retención más homogénea
 - Administración simple
 - Prima de reaseguro más pequeña que en caso de Surplus
 - Aplicable también en caso de que no hay suma asegurada

- Desventajas
 - Determinar la prima de reaseguro
 - Inadecuado contra acumulación de siniestros pequeños
 - Resultado de reaseguro no está estable => el precio puede ser volátil

Porque Excedente de siniestros por riesgo?



- Limitar la exposición máxima por riesgo / aumentar la capacidad de suscripción
- Ideal cuando la cartera está homogénea

- Ventajas
 - Limitación de la exposición máxima por evento
 - Administración simple

- Desventajas
 - Determinar la prima de reaseguro
 - Resultado de reaseguro es muy inestable (ademas depende del mercado mundial) => el precio puede ser muy volátil
 - MPL (Siniestro maximo probable) difícil de estimar
 - Definición del evento puede ser difícil

Porque Excedente de siniestros por evento?



- Limitar la exposición máxima por evento

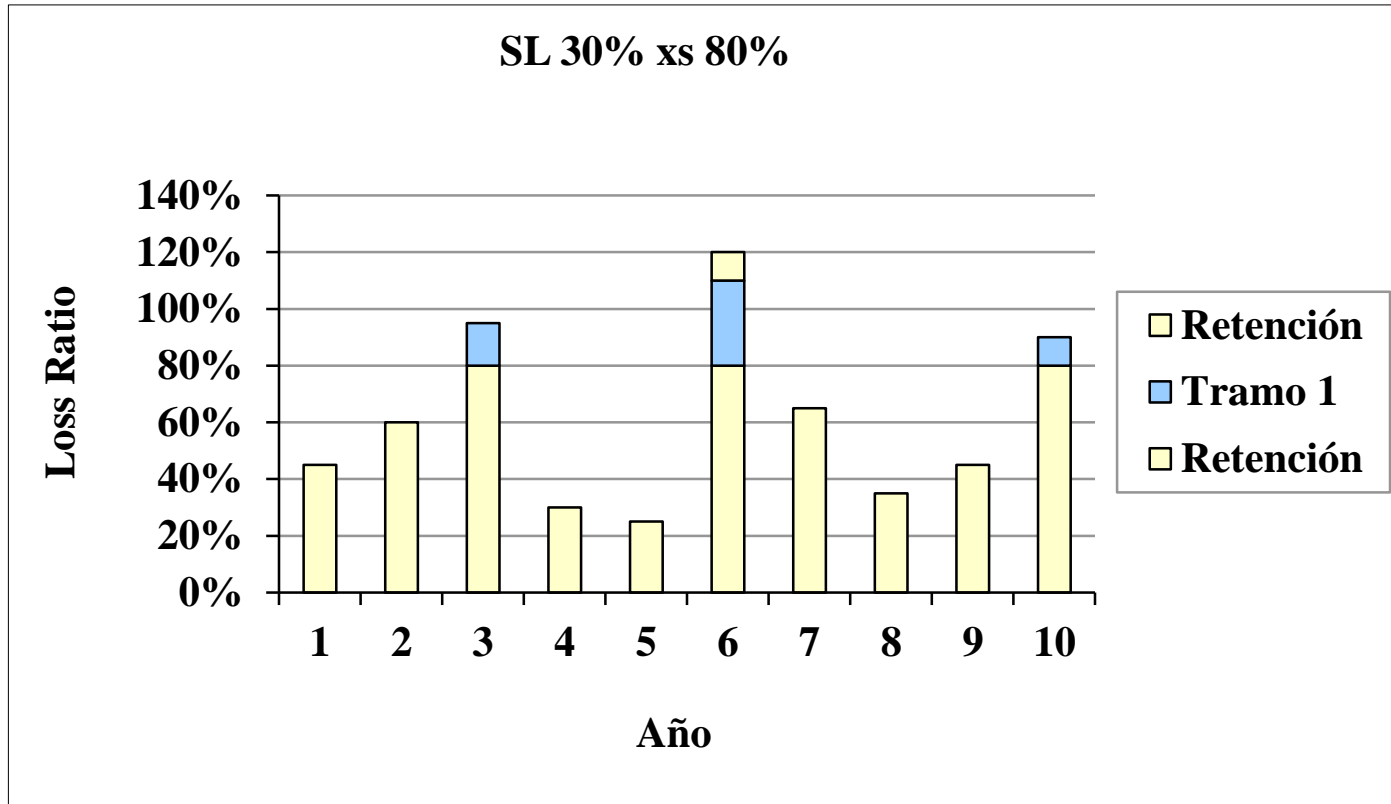
- Intervención del reasegurador para el agregado total de los siniestros durante un período determinado por encima de la prioridad (P)
- Intervención del reasegurador limitado a un importe agregado total de los siniestros durante el período, más pequeño o igual al límite (L)

Stop-loss

- Prioridad = P
- Límite = L
- $S = X_1 + X_2 + \dots + X_N$
- $S_{[P,L]}$ = coste para el reasegurador
 - $S < P \Rightarrow S_{[P,L]} = 0$
 - $P < S < L \Rightarrow S_{[P,L]} = S - P$
 - $S > L \Rightarrow S_{[P,L]} = L - P$

Stop-loss

- Ejemplo :



- La Réassurance

- J.F. Walhin
- Larcier
- 2ème édition - 2012

- Reinsurance

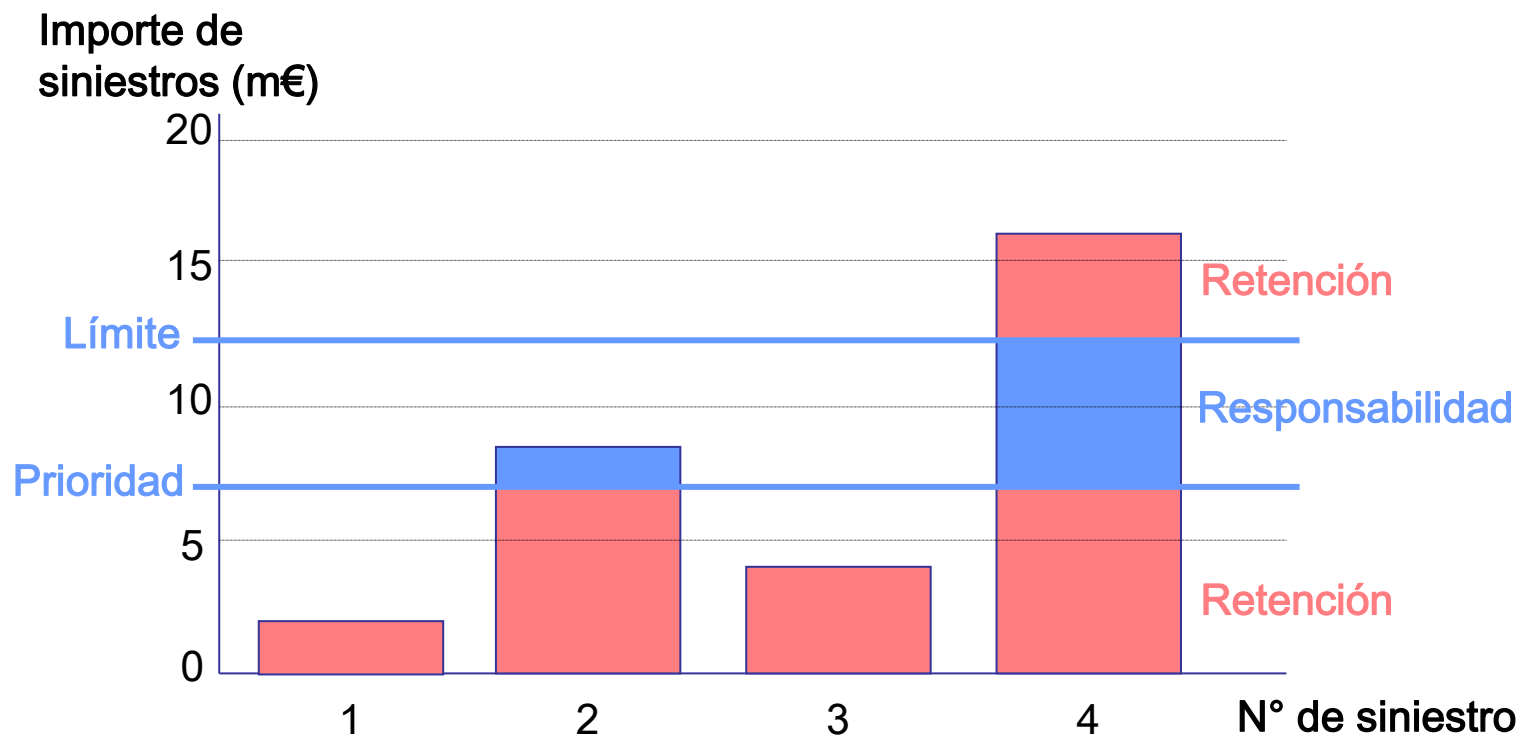
- Carter, Lucas & Ralph
- Reactions Publishing & Group & Guy Carpenter
- 4th edition – 2000

Cotización de un contrato XL Automóviles

- Definición
- Burning cost
- Modelo Matemático
- Etapas de Tarificación
- Comparación de la prima pura en Europa

- *Definición*
- Burning cost
- Modelo Matemático
- Etapas de Tarificación
- Comparación de la prima pura en Europa

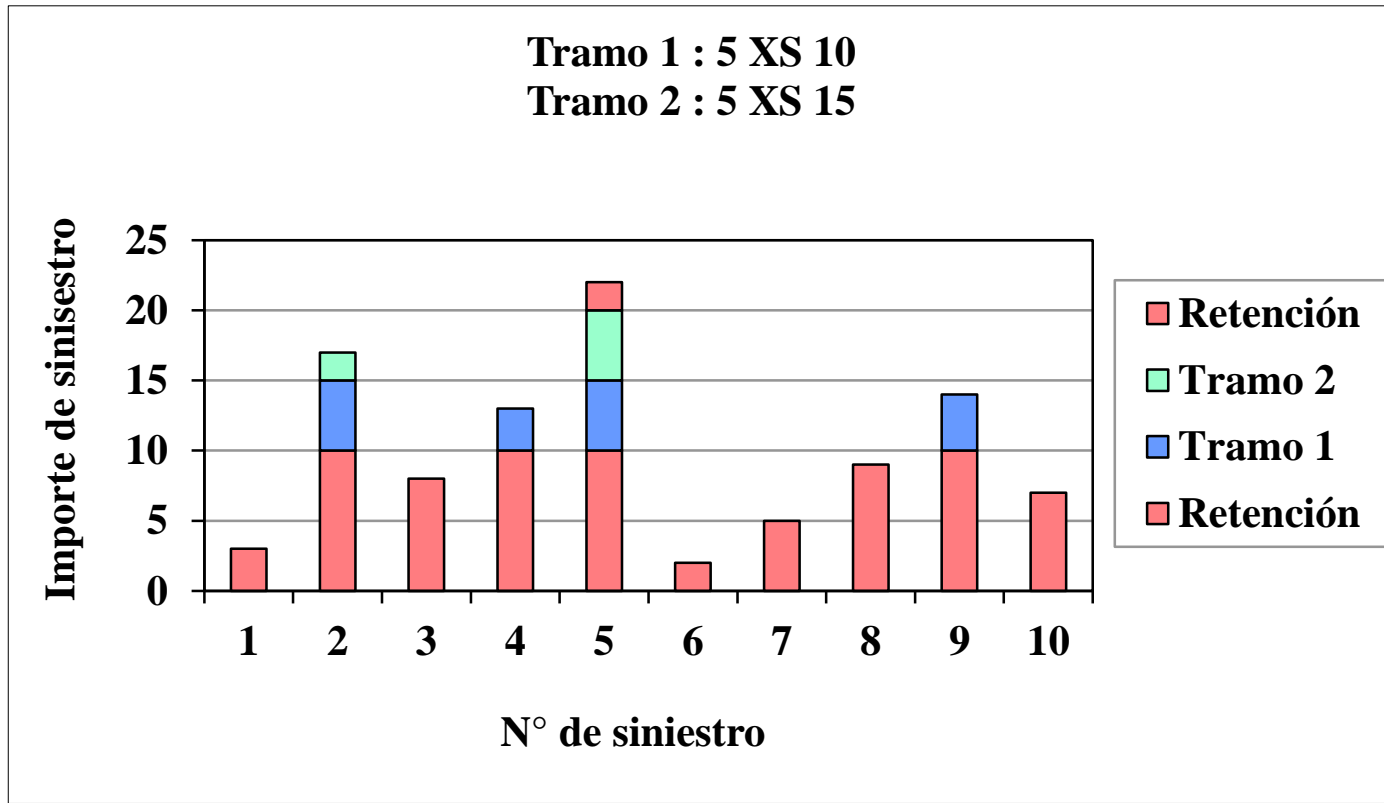
Excedente de siniestros (XL)



- Notación: C xs P
 - Importe de siniestro = coste de un siniestro ocurrido
 - P: prioridad (*deductible, attachment point*)
 - P+C = L : límite (*detachment point*)
 - C: responsabilidad, cobertura (*liability, cover*)
 - Importe de siniestro - C: retención

Excedente de siniestros (XL)

- Ejemplo (en 2 tramos) :



Contenido

- Definición
- ***Burning cost***
- Modelo Matemático
- Etapas de Tarificación
- Comparación de la prima pura en Europa

$$BC = \frac{\text{Sinistros Observados en el XL}}{\text{Encaje de Primas}}$$

Ejemplo del cálculo del “BC”

- Tramo a cotizar : 10.000 XS 10.000
- 4 año de estadísticas a disposición :

Año	Encaje primas	Siniestros	Siniestros XL	BC
2007	100.000	5.000	0	7%
		12.000	2.000	
		15.000	5.000	
2008	110.000	8.000	0	0%
		8.000	0	
2009	120.000	15.000	5.000	12,5%
		30.000	10.000	
		7.000	0	
2010	130.000	5.000	0	5,4%
		17.000	7.000	
Total	460.000		29.000	6,3%

- Fácil de calcular
- No se utiliza una función de distribución
- Buen reflejo de la calidad de la cartera para tramos “bajos” (o sea, con límite menor o igual al siniestro máximo indexado)

Inconvenientes

- Distorsión debida a siniestros excepcionales
- No utiliza todos los datos : no tiene en cuenta
 - el perfil de la cartera
 - la política de suscripción
 - todos los siniestros
- Imposible tomar en cuenta las cláusulas especiales
- No se puede cotizar los tramos, cuales no han sido impactados

Utilización del método “BC”

- Coberturas “working”, es decir, coberturas con límite menor o igual al siniestro máximo indexado y con suficientes datos (“por lo menos” 20 observaciones)
- Referencia para estimar los parámetros de las distribuciones utilizadas por el modelo teórico

Contenido

- Definición
- Burning cost
- ***Modelo Matemático***
- Etapas de Tarificación
- Comparación de la prima pura en Europa

Modelo de riesgo colectivo

- Modelos actuariales clásicos intentan de modelizar el importe total de los siniestros S_N , i.e. la suma de todos los siniestros ocurridos durante un período de tiempo determinado (e.g., un año) para una cartera de seguro
- $S_N = X_1 + X_2 + \dots + X_N$: siniestros f.g.u. agregados durante el período determinado
 - N: número de siniestros \Rightarrow variable aleatoria discreta
 - X: coste de un siniestro \Rightarrow variable aleatoria positiva
 - X_i 's son realizaciones i.i.d. de X
 - N es independiente de X_i 's
 - $\Rightarrow E[S_N] = E[N] \cdot E[X]$
 - $\Rightarrow V[S_N] = E[N] \cdot V[X] + V[N] \cdot (E[X])^2$
- Nota : $S_N = 0$ cuando $N = 0$

Adaptado para la tarificación de un tratado Excedente de siniestros



- Estimaremos el precio de la cobertura : C vs P .
- Supongamos X_i = el coste de un siniestro fg.
- Así $f(X_i)$ es la función de distribución de los siniestros individuales
- Para el reaseguro XL tenemos
$$R_i = f(X_i) = \min(C, \max(0, X_i - P))$$

= la responsabilidad del reasegurador
- $S_R = R_1 + \dots + R_N$: el conjunto de las responsabilidades del reasegurador (en base anual)
 - R_i son realizaciones i.i.d. de distribución R : el coste de los siniestros para el reasegurador
 - N es independiente de R_i : la frecuencia
 - $S_R = 0$ cuando $N = 0$

- **Prima Pura :**

Número medio de siniestros en el tramo

X

Coste medio de un siniestro individual en el tramo

$$ES_R = EN \times ER$$

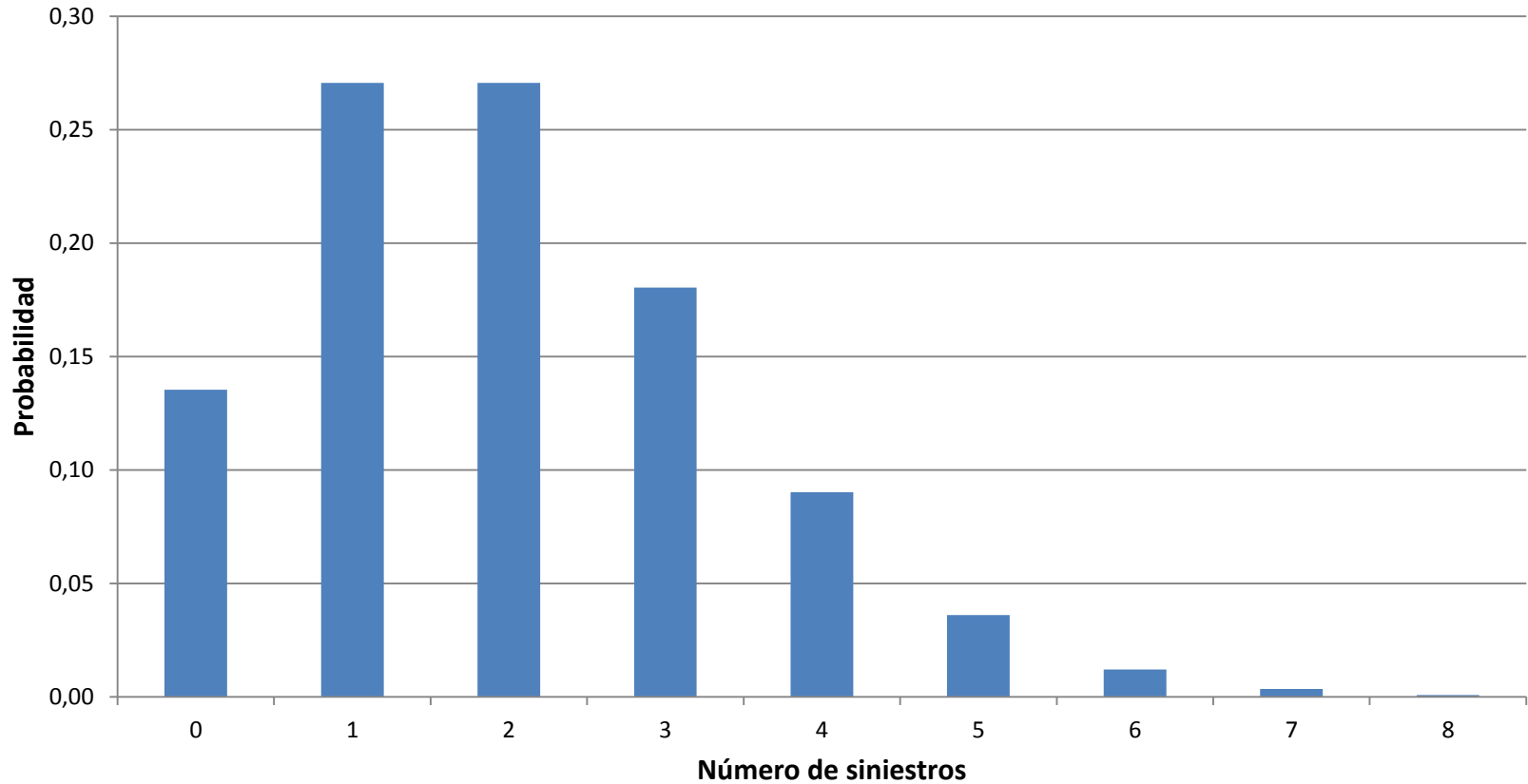
$$VarS_R = EN \times VarR + VarN \times (ER)^2$$

- Distribución de la frecuencia (número de siniestros)
 - $N \sim \text{Poisson}(\lambda)$ with $\lambda > 0$:
$$P[N=n] = e^{-\lambda} \cdot \lambda^n / n!, \quad n=0,1,\dots$$
- Distribución de la severidad de los siniestros (coste de siniestros)
 - $X \sim \text{Exp}(A, \lambda)$ con $A > 0$ and $\lambda > 0$:
$$P[X > x] = e^{-\lambda(x-A)}, \quad x > A$$
 - $X \sim \text{Pareto}(A, \alpha)$ con $A > 0$ and $\alpha > 0$:
$$P[X > x] = (A/x)^\alpha, \quad x > A$$

Si $X \sim \text{Pareto}(A, \alpha)$ y notamos $X_B = X|X > B, B > A$
 $\Rightarrow X_B \sim \text{Pareto}(B, \alpha)$

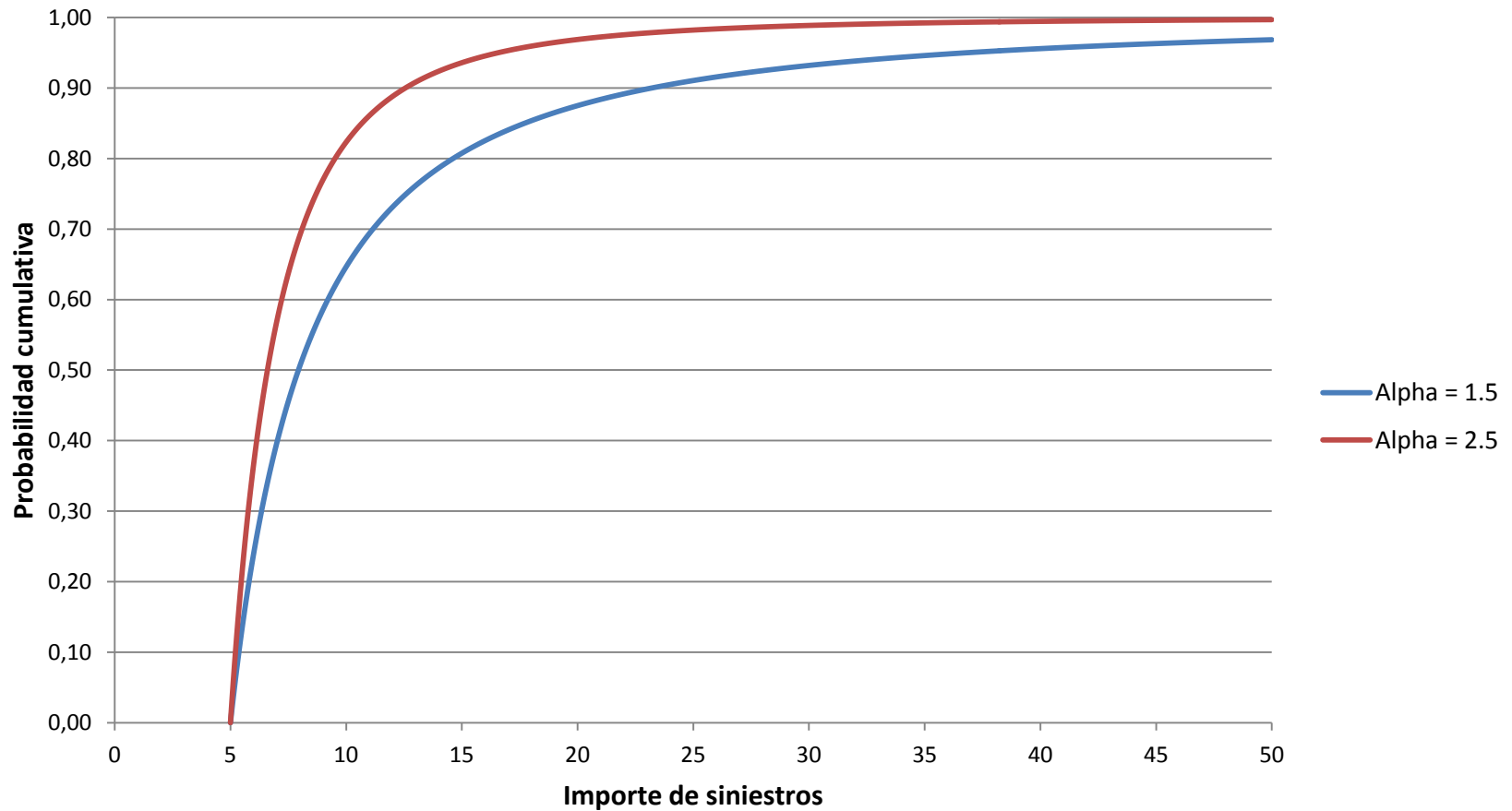
Distribución Poisson - Ejemplo :

Poisson ($\lambda = 2$)



Distribución Pareto - Ejemplo :

Pareto distribución (A = 5)



- Utilización de todos los datos
- Posibilidad de cotizar todos los tramos
- Nos proporciona la distribución del importe total de los siniestros para el XL
- Nos permite tomar en consideración los efectos de las cláusulas especiales

Inconvenientes

- Selección de las funciones de distribución
- Estimación de los parámetros
- No considera las modificaciones en:
 - el perfil de la cartera
 - la política de suscripción

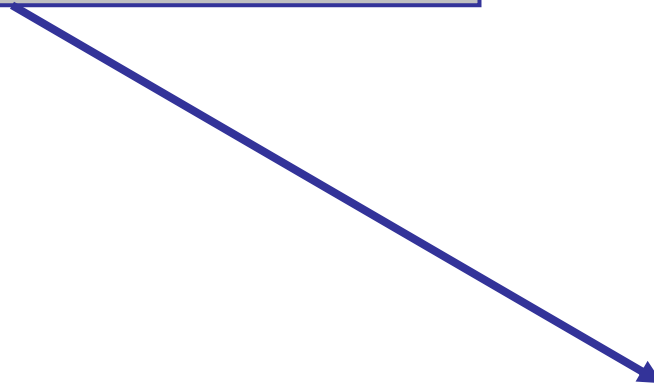
Utilización del modelo teórico

- Cuando poseemos una muestra suficientemente representativa, incluso para tramos subyacentes
- Para modelos de mercado (siempre)
- Y/o, cuando parámetros del mercado han sido estimados

Contenido

- Definición
- Burning cost
- Modelo Matemático
- ***Etapas de Tarificación***
- Comparación de la prima pura en Europa

Entrada : datos del pasado :
(t-n), ..., (t-2), (t-1)



Salida : precio para el año t

Etapas de Tarificación

1. Análisis de la cartera reasegurada
2. Entorno económico
3. Selección de los siniestros
4. Extrapolación de los triángulos “IBNR” y “IBNER”
5. Estimación de los patrones de pago y reservación
6. Estimación de los parámetros (frecuencia y severidad)
7. Cálculo de la prima

Etapa 1

Análisis de la cartera reasegurada

Análisis de la cartera reasegurada

- En profundidad:
 - tipo de negocio, categorías,...
 - cobertura : prioridad, límite de suscripción, siniestros ocurridos ...
 - prima,
 - número de riesgos para cada grupo y evolución
 - filosofía de suscripción
 - ...

- Evolución en el período observado :
 - ¿ Son todos los datos representativos ?

Etapa 2

Entorno económico

- Objetivo : Construir estadísticas « As if » del año de cotización
- Revalorización :
 - Inflación de los siniestros
 - Super-inflación de los siniestros
 - Ajustes tarifa (importante porque la prima es una medida de la exposición al riesgo)

Indexación de las primas

- Objetivo : tomar en cuenta los cambios en la tarifa
- Todas las primas se indexan al año de cotización
- Idealmente : Índice basado en la evolución de la prima media de la compañía (o del mercado si informaciones incompletas)
- Si no otros índices: índice de precios al consumo, ...

Índice de prima: ejemplo



- Año de cotización : 2014

Año	Encaje de Prima	N° de riesgos	Prima media	Índice
2008	10,000	210	47.6	100
2009	10,200	200	51.0	107.1
2010	10,500	205	51.2	107.6
2011	10,600	220	48.2	101.2
2012	10,800	230	47.0	98.6
2013	11,200	250	44.8	94.1
2014	15,000		47.0	98.8

- Suponemos que la prima media de 2014 aumenta de 5%

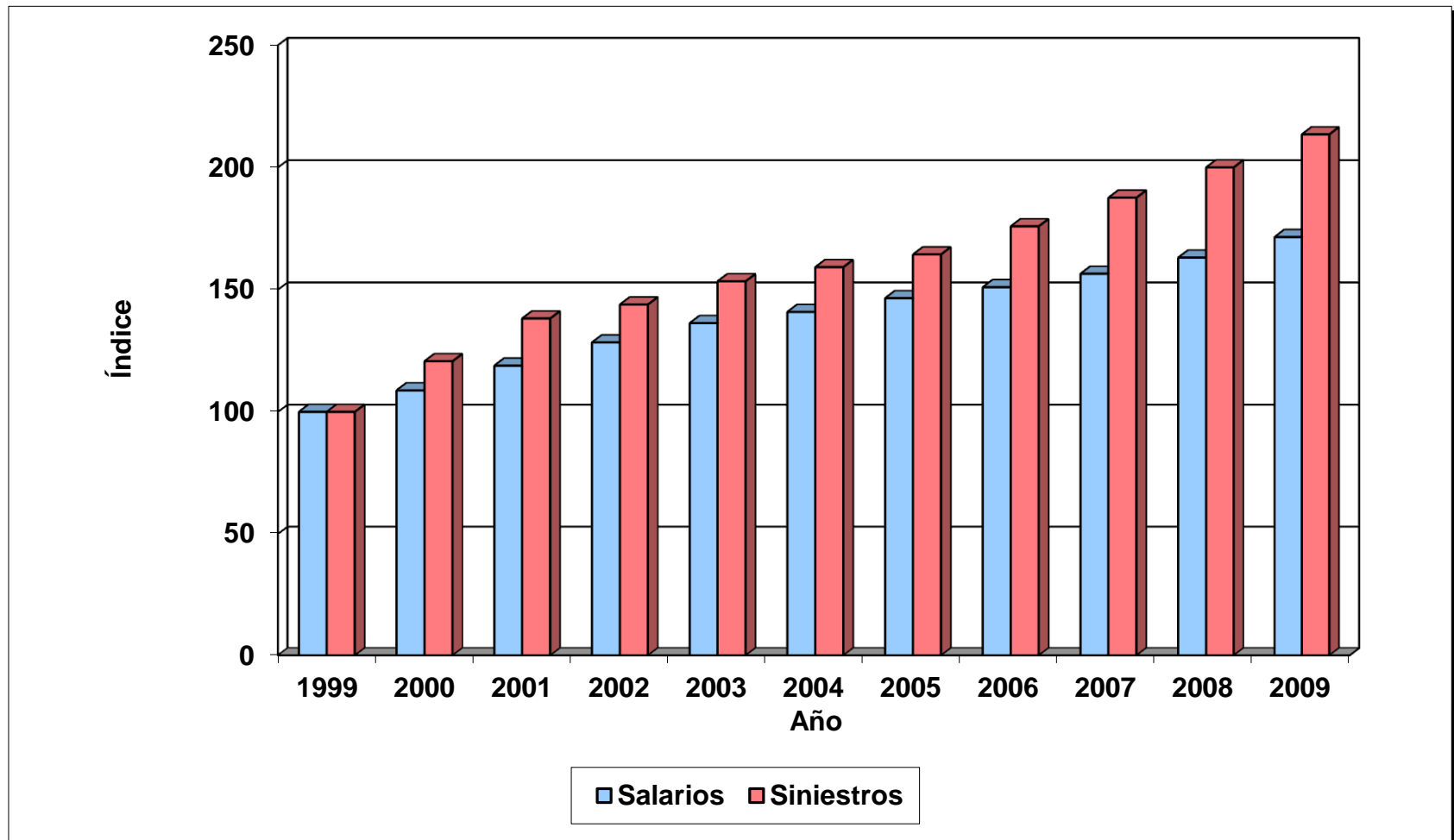
- Así, tenemos :

Año	Prima	Índice	Prima indexada
2008	10,000	100	9,878
2009	10,200	107.1	9,408
2010	10,500	107.6	9,643
2011	10,600	101.2	10,349
2012	10,800	98.6	10,819
2013	11,200	94.1	11,760
2014	15,000	98.8	15,000

Indexación de los siniestros

- Objetivo : tomar en cuenta la inflación y la posible super-inflación
 - Los siniestros se indexan al futuro
 - Inflación total de los siniestros = inflación (consumo, salarios) + posible super-inflación
 - Diferencias por país/tipo de riesgo
 - Estimación basada en :
 - los datos del mercado (para estimar la super-inflación)
 - fuentes externas (índices publicados, INE,...) (para la inflación pasada)
 - evolución futura (para la inflación futura)
 - Al contrario de con las primas, un índice de mercado está utilizado para los siniestros (i.e., no es un índice específico para la cedente)
-

Ej. de inflación de siniestros RC vehículos - Reino Unido



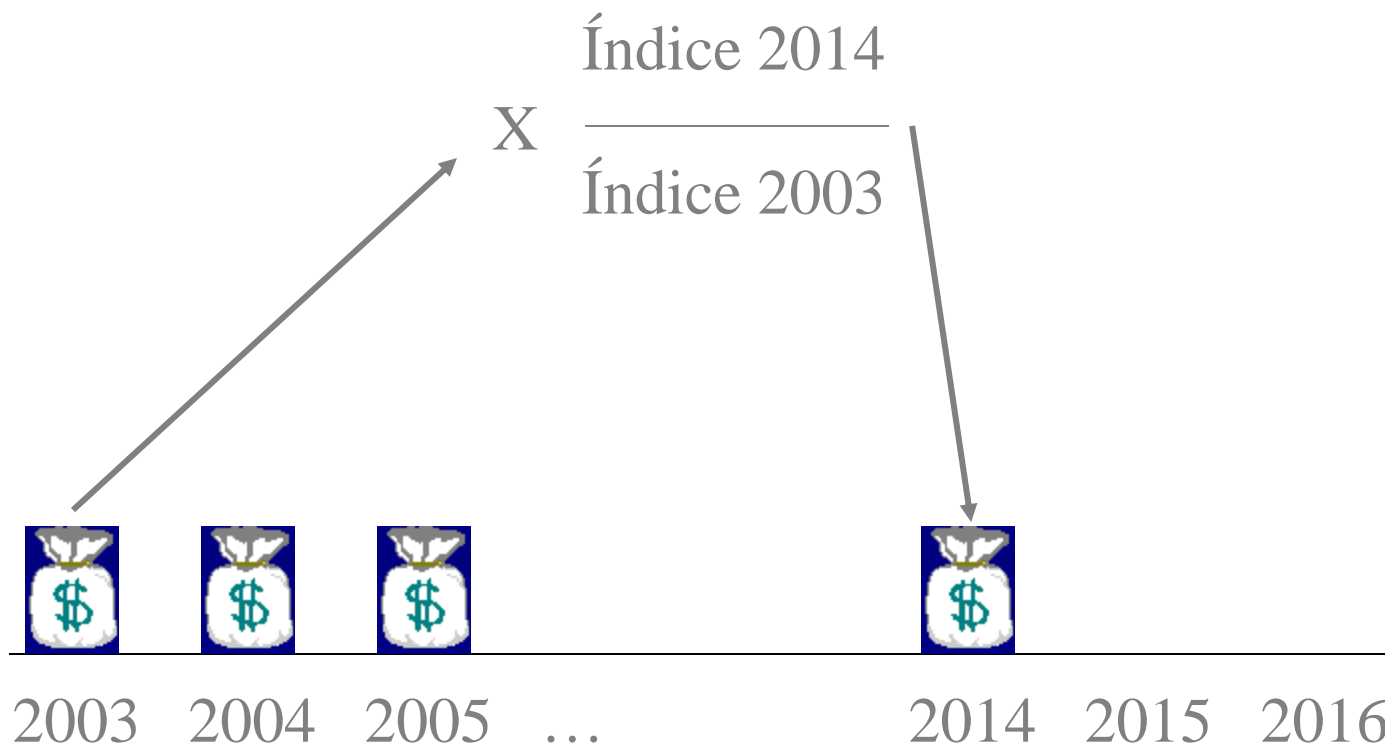
Nociones de “Triángulos”



- Año de Accidentes (AA)
 - Primer año de accidente (PAA) hasta último año de accidente (UAA)
- Año de Desarrollo (AD)
 - Primer año de desarrollo (PAD) hasta último año de desarrollo (UAD)
- Ultima situación conocida (USC)
- Siniestro incurrido = pago + reserva

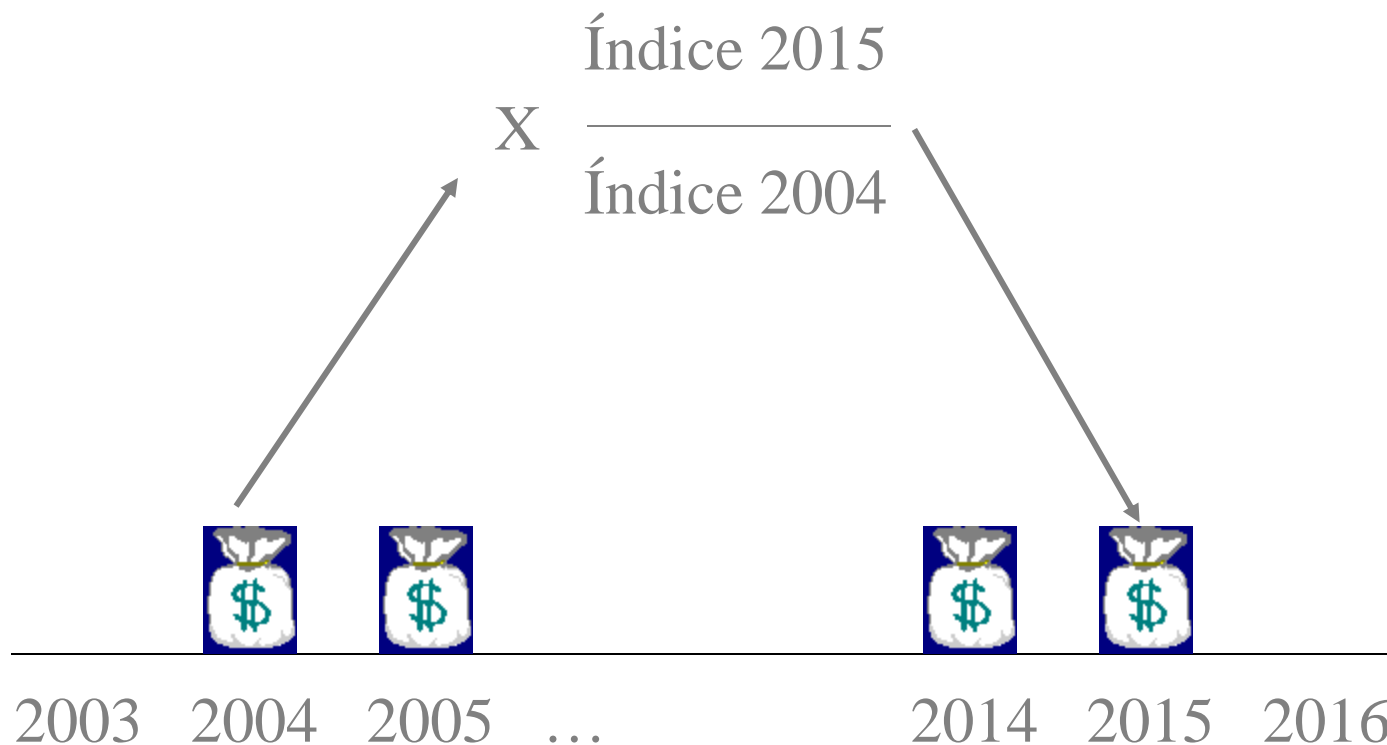
AA	AD									
	1 - PAD	2	3	4	5	6	7	8	9	10 - UAD
2003 - PAA	-	-	-	-	-	-	-	-	-	USC
2004	-	-	-	-	-	-	-	-	USC	
2005	-	-	-	-	-	-	-	USC		
2006	-	-	-	-	-	-	USC			
2007	-	-	-	-	-	USC				
2008	-	-	-	-	USC					
2009	-	-	-	USC						
2010	-	-	USC							
2011	-	USC								
2012 - UAA	USC									

Indexación de los siniestros



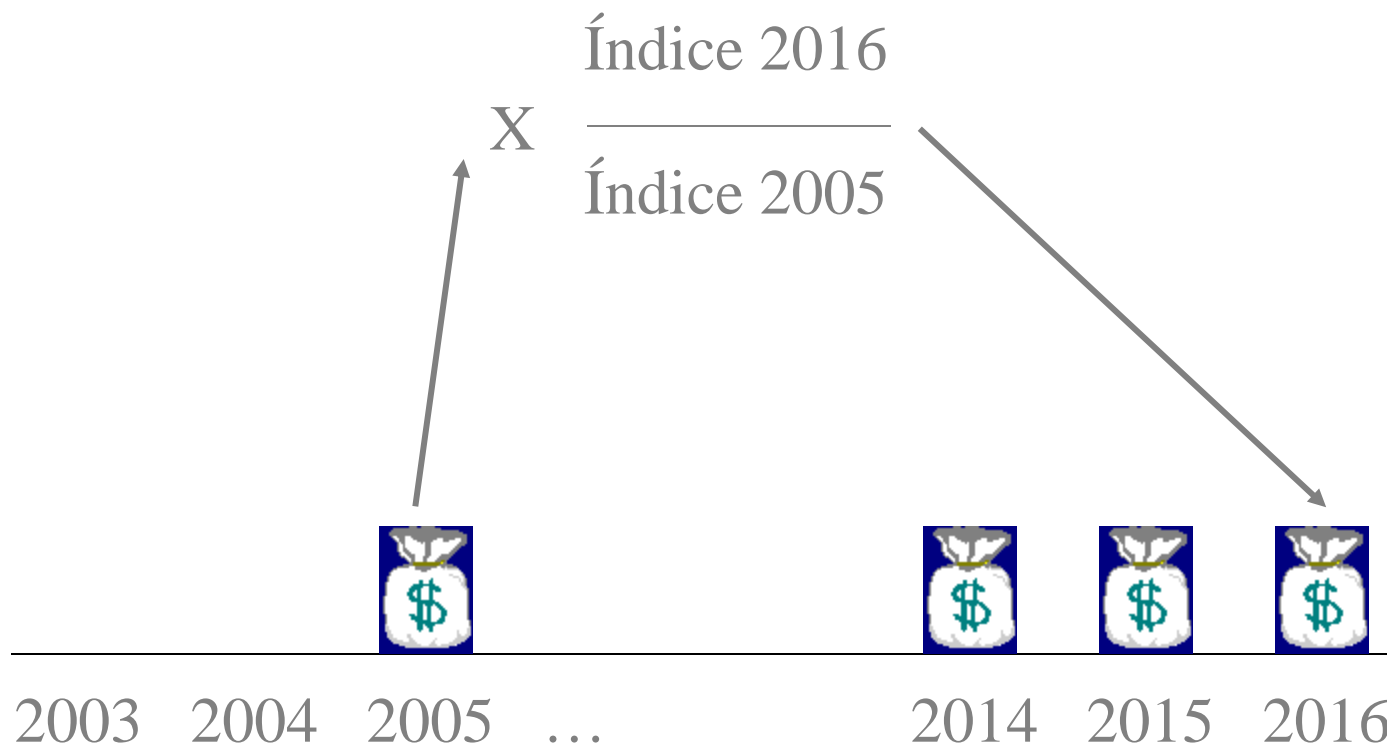
2014 = año de cotización

Indexación de los siniestros



2014 = año de cotización

Indexación de los siniestros



2014 = año de cotización

Siniestros originales ...



Ocurrencia	Desarrollo									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2003	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
2004	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	
2005	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012		
2006	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012			
2007	2007	2008	2009	2010	2011	2012				
2008	2008	2009	2010	2011	2012					
2009	2009	2010	2011	2012						
2010	2010	2011	2012							
2011	2011	2012								
2012	2012									

2014 = año de cotización

... se transforman en siniestros indexados



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021		
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020			
2014	2015	2016	2017	2018	2019				
2014	2015	2016	2017	2018					
2014	2015	2016	2017						
2014	2015	2016							
2014	2015								
2014									

2014 = año de cotización

Y después ...

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023

Extrapolación!

2014 = año de cotización

Etapa 3

Selección de siniestros

Selección de siniestros



- Recibimos información de siniestros por año de ocurrencia sobre una prioridad determinada (a menudo, 50% de la prioridad del tratado).
 - Esta prioridad de la estadística puede haber cambiado en el pasado.
 - Indexamos las prioridades como los siniestros (al futuro)
 - Analizamos los siniestros sobre la prioridad máxima indexada (notada : A min)
 - A min es el nivel mínimo por encima del cual tenemos todos los siniestros indexados para todos los años de ocurrencia
-

Etapa 4

Extrapolación “IBNR & IBNER”

Verdaderos IBNR

- Ahora podemos analizar el desarrollo del número de siniestros sobre un umbral (= A min).
- Este desarrollo nos permite estimar los siniestros ocurridos pero ya no declarados - “IBNR” (Incurred but not reported losses).

- Extrapolación por el método Chain-Ladder

Ocurrencia	Desarrollo				
	1	2	3	4	5
2006	2	5	6	6	6
2007	1	5	5	6	6,00
2008	0	3	4	4,36	4,36
2009	2	6	6,92	7,55	7,55
2010	2	7,60	8,77	9,57	9,57
suma t	7	19	15	12	6
suma t-1	5	13	11	6	
CL		3,80	1,15	1,09	1,00

- Siniestros por encima del umbral pueden sufrir un desarrollo adicional. Decimos que han “ocurrido” pero no han sido lo suficientemente reservados
- “IBNER” (Incurred but not enough reserved).

- Extrapolación por el método Chain-Ladder (aplicado sobre los siniestros individuales)

Umbral	100.000		
	1	2	3
2008	50.000	120.000	150.000
	110.000	130.000	145.000
	60.000	120.000	80.000
2009	50.000	100.000	118.000
	120.000	130.000	153.400
	110.000	105.000	123.900
2010	130.000	139.559	164.679
	90.000		
suma t		365.000	295.000
suma t-1	340.000	250.000	
CL		1,07	1,18

- Solo los siniestros que superan el umbral durante dos años consecutivos entran en el cálculo de los coeficientes CL.

- Siniestros cerrados no están desarrollados.
- Siniestros abiertos (en última situación conocida) están desarrollados por coeficientes estimados sobre siniestros abiertos, para el primer desarrollo.

Etapa 5

Estimación de los patrones de pago y reservación

Velocidad de pago y reservación

- Hemos sido capaces de estimar la rapidez de pago de los siniestros por encima del umbral.
 - Para cada año de desarrollo, la tasa de pagos está determinada como la suma de los pagos históricos dividida por la suma de los siniestros últimos

Threshold	1.000							
	1	2	3	4	5	6	Ultimates	
2006	200	800	1.200	1.750	1.950	2.000	2.000	
	150	850	1.500	2.000	2.500	2.800	2.800	
2007	225	1.000	1.650	2.800	3.000		3.500	
2008	100	500	750	1.500			2.500	
2009	150	700	875				1.250	
2010	500	1.000					1.800	
	75	150					900	
	10%	35%	50%	75%	90%	100%		

Triangle of cumulated indexed payments

- También hemos sido capaces de estimar la sobre-reservación de los siniestros por encima del umbral.

Etapa 6

Estimación de los parámetros

Encaje de primas

- La prima indexada es una medida de exposición al riesgo (a no ser, que recibamos una medida mejor : el número de vehículos).
- Es importante rectificar la pasada exposición al riesgo a la actual.

Número de siniestros

- Considerando la exposición al riesgo, somos capaces de estimar la media del número de siniestros para cada año de desarrollo.
- Asumimos que el número de siniestros sigue una distribución Poisson con parámetro igual a la media del número de siniestros.
 $\Rightarrow N \sim \text{Poisson}(\lambda) : P(N=n) = e^{-\lambda} \cdot \lambda^n / n!$
- Asumimos que tenemos una distribución Poisson para cada año de desarrollo.

- Después de IBNER, tenemos un listado de n siniestros en situación última.
- **Método semi-matemático:** Podemos asumir tanto que son distribuidos uniformemente (probabilidad = $1/n$), como que, ocurrirán otra vez en el futuro.
- **Método matemático :** Podríamos emplear un modelo, por ejemplo Pareto, utilizando “maximum likelihood”. (Para modelos de mercado y cotización individual con suficientes datos disponibles)
- **Método alternativo :** Podríamos también utilizar una mezcla de los dos métodos precedentes

- Método Semi-matemático : para coberturas « working »
- Método Matemático o alternativo : cuando estadísticas ajustadas corresponden a una distribución Pareto
 - Para modelos de mercado y cotización individual con suficientes datos disponibles)
 - Método alternativo si el punto A de la distribución Pareto está más grande que la prioridad Amin y si no método Matemático
- Ejemplo estadísticas ajustadas (para facilitar la decisión usando gráficos :
 - QQ-plot Pareto (gráfico de los quantiles) : para ver si la distribución Pareto conviene
 - ME plot: para ver donde empieza la distribución Pareto (punto A)
 - Alpha plot: para determinar el parámetro α de la distribución Pareto y también confirmar el punto A

- Método de los momentos:
 - Valor esperado igual a la media observada en la muestra
- Método Maximum Likelihood:
 - Toma los valores de los parámetros encontrando el máximo de la probabilidad de observar los siniestros en la muestra

Etapa 7

Cálculo de la prima

Siniestralidad anual esperada

- Aplicando la cadencia de pagos sobre los siniestros últimos, deducimos los pagos del asegurador.

Payment pattern						
	10%	25%	50%	75%	100%	
Ultimates	1	2	3	4	5	Proba
1.250	125	313	625	938	1.250	0,25
1.500	150	375	750	1.125	1.500	0,25
2.000	200	500	1.000	1.500	2.000	0,25
2.500	250	625	1.250	1.875	2.500	0,25

- Aplicando las condiciones de reaseguro (prioridad, límite, así como, la cláusula de estabilización), deducimos los pagos del reasegurador.

Layer 500 xs 1.000						
	1	2	3	4	5	Proba
	0	0	0	0	250	0,25
	0	0	0	125	500	0,25
	0	0	0	500	500	0,25
	0	0	250	500	500	0,25

Prima pura

- Así podemos calcular la prima para cada año de desarrollo

$$E[S_R(i)] = E[N(i)] \cdot E[\min(C, \max(0, X(i) - P))]$$

	1	2	3	4	5
E[R]	0	0	63	281	438
E[N]	1,0	1,3	1,5	1,8	2,0
Premium	0	0	94	492	875

- La situación última corresponde a la prima pura: **875**
 → Prima técnica
- Tasa de prima pura = la prima pura expresada sobre el encage de prima total
 - Prima pura = 875
 - EPI : 200.000
 - Tasa de prima pura = 0,44%

Prima pura

- Prima pura :

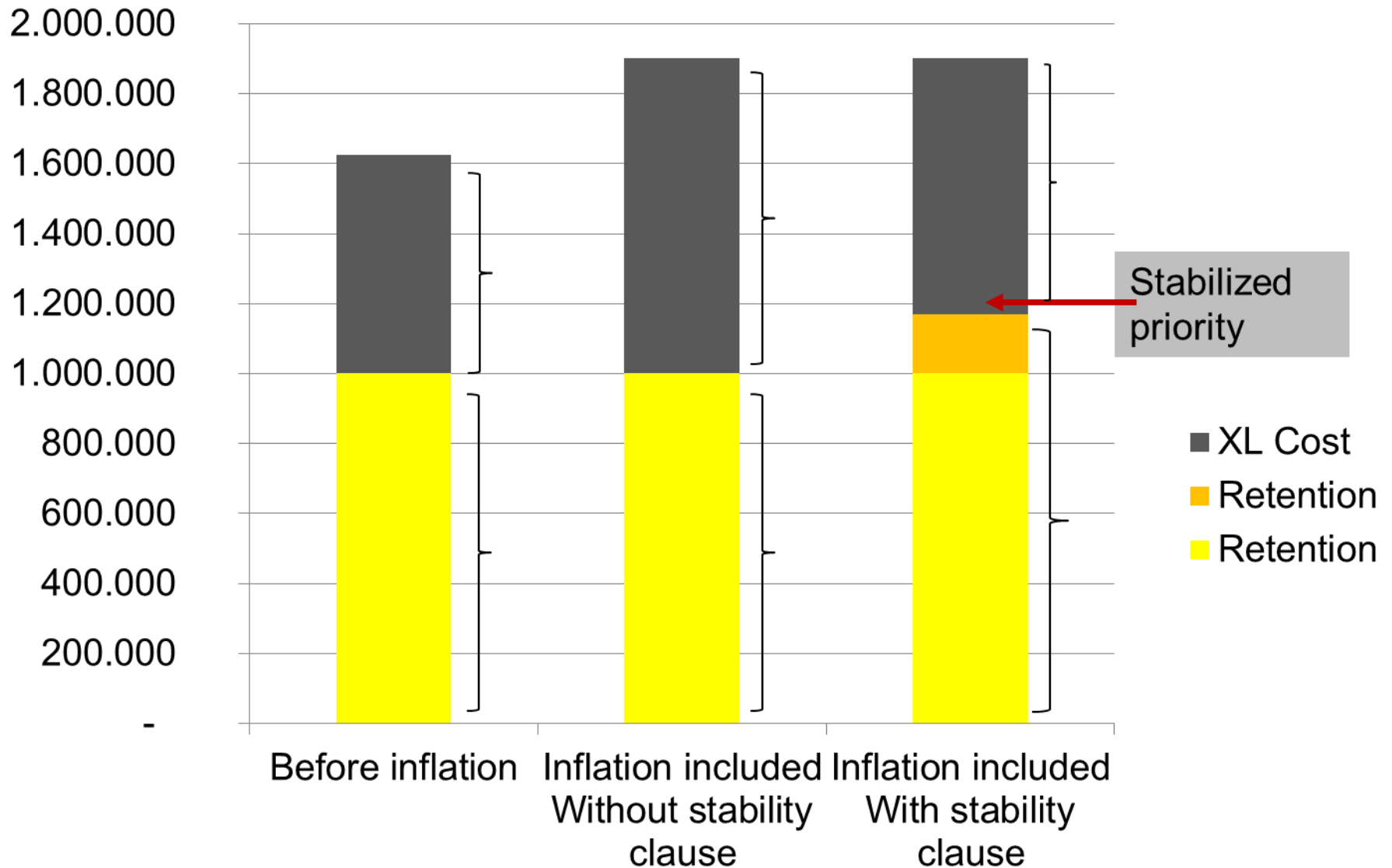
$$ES_R(i) = EN(i) \times E(\min(C, \max(0, X(i) - P)))$$

- No necesitamos la distribución de S_R excepto para ...
- ... las cláusulas especiales
 - La cláusula de estabilización
 - Annual aggregate deductible
 - Annual aggregate limit
 - Reposiciones
 - ...

La cláusula de estabilización

- Los grandes siniestros corporales van a ser pagados en varios años !
- La inflación futura no tiene que ser soportada solo por el reasegurador.
- ➔ la solución : introducir una cláusula de estabilización

La cláusula de estabilización



Annual aggregate deductible

- Annual aggregate deductible (AAD):

$$S_R^{Clau} = \max(0, S_R - AAD)$$

⇒ Limita la responsabilidad agregada del reasegurador

- Prima pura : $E[S_R^{Clau}] = E[\max(0, S_R - AAD)]$

⇒ La distribución de S_R es necesaria

AAD: ejemplo

- Tramo 10m xs 5m
- AAD = 10m

N	X	Retention	Reinsurer before AAD	AAD	Reinsurer after AAD
1	10.000.000	5.000.000	5.000.000	5.000.000	0
2	15.000.000	5.000.000	10.000.000	5.000.000	5.000.000
3	8.000.000	5.000.000	3.000.000	0	3.000.000
4	10.000.000	5.000.000	5.000.000	0	5.000.000
Total	43.000.000	20.000.000	23.000.000	10.000.000	13.000.000

Annual aggregate limit

- Annual aggregate deductible (AAL):

$$S_R^{Clau} = \min(S_R, AAL)$$

⇒ Limita la responsabilidad agregada del reasegurador

- Prima pura : $E[S_R^{Clau}] = E[\min(S_R, AAL)]$

⇒ La distribución de S_R es necesaria

Ambas cláusulas pueden co-existir

- Limitación de la responsabilidad agregada del reasegurador :

$$S_R^{Clau} = \min(\max(0, S_R - AAD), AAL)$$

- Prima pura:

$$E[S_R^{Clau}] = E[\min(\max(0, S_R - AAD), AAL)]$$

⇒ La distribución de S_R es necesaria

Prima pura

- Prima pura :

$$ES_R(i) = EN(i) \times E(\min(C, \max(0, X(i) - P)))$$

- ¿Pero cómo calcular la distribución de S_R ?

Algoritmo de Panjer

- Algoritmo basado en una recursión que utiliza una relación iterativa para el número de siniestros N
- N y R tienen que cumplir con algunas condiciones :
 - Distribución de R tiene que ser discreta
 - Distribución de N tiene que ser miembro de la “clase de Panjer” :

$$P[N = k] = p_k = \left(a + \frac{b}{k} \right) p_{k-1}, \quad k \geq 1$$

para $a \in \mathbb{R}$ y $b \in \mathbb{R}$ que cumplan $a + b \geq 0$. El valor inicial p_0 está determinado tal que $\sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1$.

- Distribución Binomial $B(n, p)$: $a = -\frac{p}{1-p} < 0$, $b = \frac{p(n+1)}{1-p}$, $p_0 = (1-p)^n$
- Distribución Poisson $Poi(\lambda)$: $a = 0$, $b = \lambda$, $p_0 = e^{-\lambda}$
- Distribución Binomial negativa

$$NB(r, p): a = 1 - p \in (0,1), b = (1-p)(r-1), p_0 = p^r$$

- Cuando N es distribuída como una Poisson, la distribución de S_R es dada por :

$$f_{S_R}(0) = e^{-\lambda(1-f_R(0))}$$

$$f_{S_R}(s) = \frac{\lambda}{s} \sum_{r=1}^s r f_R(r) f_{S_R}(s-r), \quad s = 1, 2, \dots$$

Contenido

- Definición
- Burning cost
- Modelo Matemático
- Etapas de Tarificación
- ***Comparación de la prima pura en Europa***

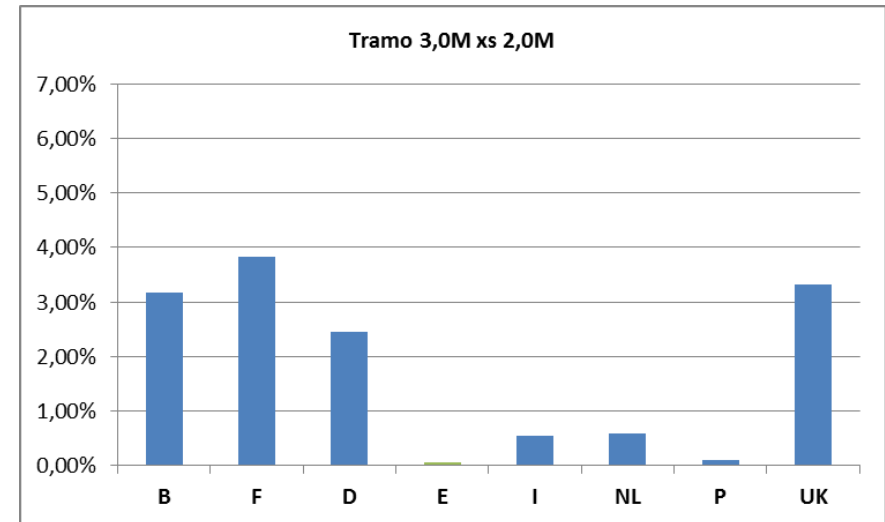
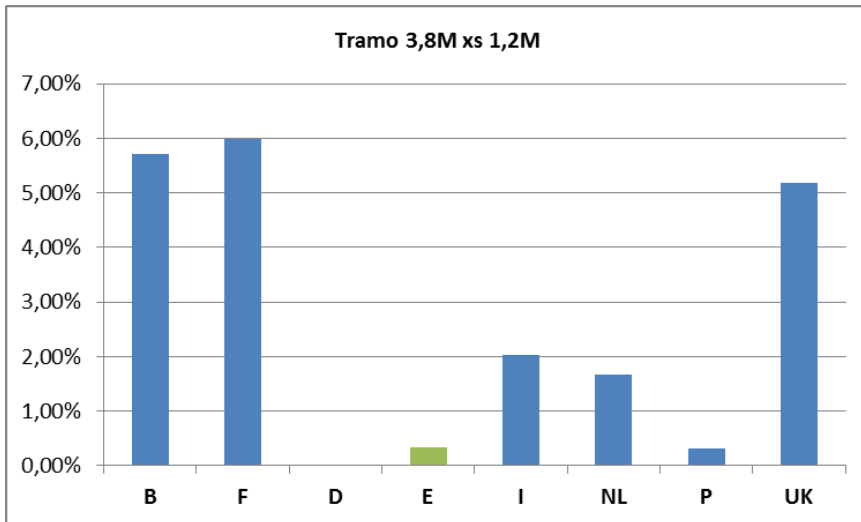
Comparación en Europa

- Basado en nuestra base de datos y nuestros modelos de mercado (cifras a Sept. 2012)
- Sin cláusula
- Cotización XL hasta 5M, expresada en un encaje de prima RC de 100M

Comparación en Europa

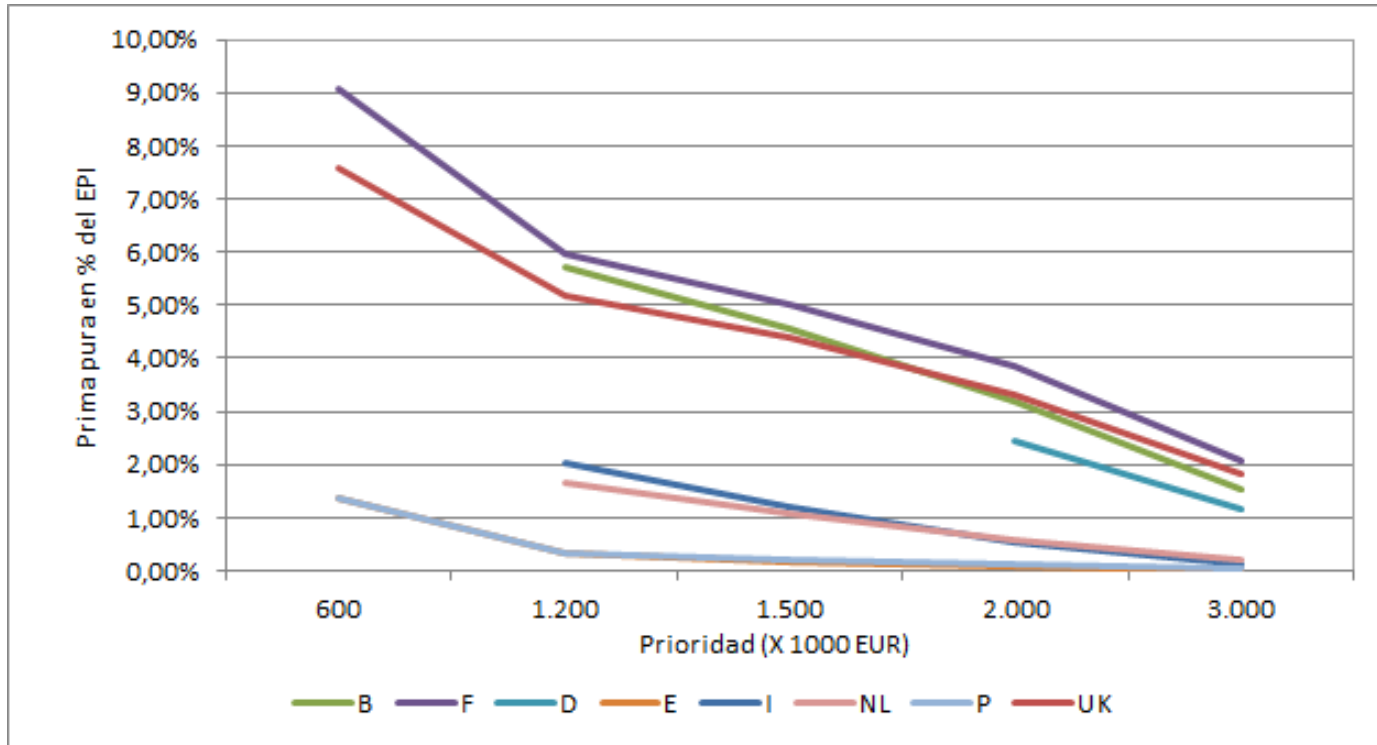
- Prima pura (en % del encaje de prima)

Prioridad	Limite	B	F	D	E	I	NL	P	UK
600.000	5.000.000		9,08%		1,35%			1,36%	7,58%
1.200.000	5.000.000	5,70%	5,98%		0,33%	2,02%	1,68%	0,32%	5,19%
1.500.000	5.000.000	4,54%	5,01%		0,17%	1,21%	1,09%	0,21%	4,37%
2.000.000	5.000.000	3,18%	3,84%	2,44%	0,07%	0,54%	0,59%	0,10%	3,32%
3.000.000	5.000.000	1,54%	2,09%	1,14%	0,02%	0,11%	0,22%	0,03%	1,81%



Comparación en Europa

- Prima pura (en % del encaje de prima)



Comparación en Europa

- Frecuencia

Prioridad	Limite	B	F	D	E	I	NL	P	UK
600.000	5.000.000		7,73		3,05			3,29	5,64
1.200.000	5.000.000	4,54	3,73		0,80	3,25	2,57	0,47	2,97
1.500.000	5.000.000	3,30	2,80		0,36	1,96	1,45	0,26	2,46
2.000.000	5.000.000	2,21	2,09	1,87	0,11	0,91	0,68	0,14	1,86
3.000.000	5.000.000	1,29	1,45	0,91	0,02	0,16	0,23	0,03	1,24

